

Todennäköisyyslaskenta I
Kurssikoe / Avoin yliopisto
27.9.2017

Kokeessa saa käyttää apuvälineinä laskinta, sekä kaksipuolista ja käsinkirjoitettua A4-kokoista "lunttilappua". Onnea kokeeseen!

1. Eräällä satunnaismuuttujalla X on jatkuva jakauma tiheysfunktiolla f ,

$$f(x) = \frac{cx}{2}, \text{ jos } 0 < x < 5$$

ja 0 muulloin.

- (a) Määritä vakio $c \in \mathbb{R}$ siten, että f on tiheysfunktio eli määritä vakio c sen mukaan, että todennäköisyys arpoa luku väliltä $(0, 5)$ on yksi (tämä riittää, koska $f > 0$ kaikilla $x > 0$).
- (b) Määrää X :n kertymäfunktio.
- (c) Laske X :n odotusarvo.

2. Ravistetaan kuppia, jossa on kolikko, useita kertoja. Jokaisella ravistuskerralla kolikko kääntyy todennäköisyydellä 0.3. Merkitään kaikille $i = 0, 1, 2, \dots$ tapahtumaa H_i seuraavasti: $H_i =$ "kolikko on kruunapuoli ylöspäin i :n ravistuksen jälkeen (ja $T_i = H_i^C$: kolikko on klaavapuoli ylöspäin i :n ravistuksen jälkeen)". Asetetaan kolikko aluksi kruunapuoli ylöspäin, jolloin tiedetään, että H_0 tapahtuu.

- (a) Laske todennäköisyydet $P(H_1), P(H_2)$ ja $P(H_3)$.
- (b) Ovatko tapahtumat H_1 ja H_3 riippumattomia? Todista asia täsmällisesti.

3. Oletetaan, että opiskelijalta todennäköisyyslaskennan harjoitustehtävän ratkaisemiseen (tunteina) kuluva aika noudattaa eksponenttijakaumaa odotusarvolla 2. Opiskelija aloittaa tehtävän ratkaisemisen kello 20 illalla.

- (a) Millä todennäköisyydellä opiskelija ei ole saanut tehtävää ratkaistuksi puoleenyöhön mennessä?
- (b) Oletetaan, että opiskelija ei ole saanut ratkaistua tehtävää tehtyä puoleenyöhön mennessä. Millä todennäköisyydellä hän tekee sitä vielä neljän aikaan aamulla?

4. Olkoon X satunnaismuuttuja, jolle $P(X = 0) = 1 - P(X = 1)$. Jos $E(X) = 3\text{Var}(X)$, niin määritä $P(X = 0)$.