HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Differentiaalilaskenta, kevät 2018
Koti- ja ohjaustehtävät 1L
18.–19.1.2018

Kotitehtävät 1L

1. Tutki, missä pisteissä funktio $f\colon [0,4] \to \mathbb{R}$,
$$f(x) = \begin{cases} -x+1, & 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ x^2-1, & 1 < x < 2, \\ x, & 2 \leqslant x \leqslant 4,\ x \neq 3, \\ 1, & x = 3, \end{cases}$$
   (a) on vasemmalta jatkuva,
   (b) on oikealta jatkuva,
   (c) on jatkuva,
   (d) ei ole jatkuva.
   Piirrä funktion kuvaaja. Tässä tehtävässä kuvasta katsominen riittää perusteluksi!

2. (HKK Tehtävä 4.1.19) Olkoon $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,
$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{kun } x < 0, \\ x, & \text{kun } x \geqslant 0. \end{cases}$$
   Osoita määritelmän perusteella, että funktio f on jatkuva origossa.

3. Olkoon $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,
$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{kun } x \leqslant 2, \\ 1, & \text{kun } x > 2. \end{cases}$$
   Osoita jatkuvuuden (ε, δ)-määritelmän perusteella, että funktio f
   (a) on jatkuva pistessä $x = 1$,
   (b) ei ole jatkuva pisteessä $x = 2$.

Ohjaustehtävä 1L

1. (HKK Tehtävä 4.1.21) Olkoon $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ vasemmalta jatkuva pisteessä b. Osoita, että jos $x_n \to b^-$ ja $x_n \in [a,b]$ kaikilla n, niin $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(b)$.