



Kotitehtävät 2L

1. (HKK Tehtävä 4.2.12) Bolzanon lauseen 4.2.1 oppikirjan todistuksessa 1 todistettiin vain tapaus $f(a) < 0$ ja $f(b) > 0$. Todista tapaus $f(a) > 0$ ja $f(b) < 0$ tämän avulla tutkimalla funktiota $-f$.

LAUSE 4.2.1: (BOLZANON LAUSE) Olkoon $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ jatkuva. Jos funktiolla f on erimerkkiset nollostasta eroavat arvot välin päätepisteissä, niin on olemassa (ainakin yksi) $x \in (a, b)$, jolle $f(x) = 0$.

2. (HKK Tehtävä 4.2.16) Osoita, että polynomilla $P(x) = x^4 - 4x^3 + 5x - 1$ on (ainakin) yksi nollakohta välillä $(0, 1)$ ja määrää sen likiarvo yhden desimaalin tarkkuudella.

Opettele *yhdistetty funktio* oppikirjan sivuilta 32–33.

3. (HKK Tehtävä 1.5.22) Olkoot $f: [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$,

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{kun } x \leq 0, \\ -x, & \text{kun } x > 0, \end{cases}$$

ja $g: [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$, $g(x) = x^2$. Määritä funktiot $g \circ f$ ja $f \circ g$. Ovatko ne jatkuvia?

Ohjaustehtävä 2L

Muistelkaa pienryhmissä koulusta tuttuja *trigonometrinen funktioiden* geometrisiä määritelmiä ja käykää läpi oppikirjan luku 1.6 sivuilta 34–38.

1. (HKK Tehtävä 1.6.4) Perustelee kuvien avulla, että $\cos(-x) = \cos x$, $\sin(-x) = -\sin x$ ja $\cos(\pi/2 - x) = \sin x$.