



Kotitehtävät 3A

1. (HKK Tehtävä 1.5.20) Tutki, mitkä seuraavista funktioista ovat injektioita ja mitkä surjektioita:

$$(a) f: [0, 2] \rightarrow [0, 1], \quad f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{kun } x \geq 1, \\ 1 - x, & \text{kun } x < 1. \end{cases}$$
$$(b) g: [-1, 1] \rightarrow [0, 2], \quad g(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{kun } x < 0, \\ x^2, & \text{kun } x \geq 0. \end{cases}$$
$$(c) h: [0, 1] \rightarrow [-\frac{1}{4}, 0], \quad h(x) = x^2 - x.$$

Opettele *monotoniset funktiot* oppikirjan sivuilta 67–69.

2. (HKK Tehtävä 3.3.6) Olkoot $a > 0$ ja $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{a}{x}$. Osoita, että f on aidosti vähenevä.

3. Osoita, että funktio f ,

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}, \quad x > 1,$$

on jatkuva ja aidosti vähenevä. Määritä käänteisfunktion $f^{-1}: f((1, \infty)) \rightarrow (1, \infty)$ lauseke. Onko f^{-1} jatkuva?

Ohjaustehtävä 3A

1. (HKK Tehtävä 3.3.7) Osoita, että aidosti kasvava funktio on injektio.