



Kotitehtävät 3L

1. *Tangenttifunktio* määritellään osamääränä

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}.$$

Määritä funktion $\tan x$ määrittelyjoukko ja osoita, että $\tan x$ on siinä jatkuva. Määritä myös raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}.$$

Voit olettaa tunnetuksi sinifunktion perusominaisuuden

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

joka todistetaan myöhemmin (Lemma 5.2.6).

2. Rajoita funktio

$$f(x) = (x^3 - 1)^2$$

väleihin, joilla se on monotoninen, ja määritä vastaavat käänteisfunktiot.

3. (HKK Tehtävä 4.2.18) Todista oppikirjan Korollaari 4.2.5(b).

KOROLLAARI 4.2.5(b): Olkoon $n \in \mathbb{N}_1$ pariton. Funktiolla $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^n$, on jatkuva ja aidosti kasvava käänteisfunktio $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Ohjaustehtävä 3L

1. Olkoot $x, y > 0$, $m, p \in \mathbb{N}_0$ ja $n, q \in \mathbb{N}_1$. *Negatiivinen rationaalinen potenssi* määritellään kaavalla

$$x^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{x^{\frac{m}{n}}}.$$

Osoita, että

$$x^{\frac{m}{n} - \frac{p}{q}} = \frac{x^{\frac{m}{n}}}{x^{\frac{p}{q}}}.$$