

Institutionen för matematik och statistik

Differentialkalkyl Räkneövningar

Torsdag 1.12.2018

1. Låt $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$. Visa medelst definitionen på kontinuitet att f är kontinuerlig. Är f likformigt kontinuerlig? Motivera.
2. Låt $A \subset \mathbb{R}$ och antag att $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ är kontinuerlig. Visa, att $g : A \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = |f(x)|$, $x \in A$ också är kontinuerlig.
3. Bestäm den största möjliga mängd $A \subset \mathbb{R}$ i vilken man kan definiera en funktion $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ genom uttrycket

$$f(x) = \left| \frac{x}{x^2 - 1} \right|.$$

Undersök huruvida f är kontinuerlig i A .

4. Visa, att polynomet $P(x) = x^4 - 4x^3 + 5x - 1$ har åtminstone ett nollställe i intervallet $(0, 1)$.
5. Funktionen $f : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$ definieras genom uttrycket

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{för } x \leq 0, \\ -x, & \text{för } x > 0 \end{cases}$$

och funktionen $g : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$ genom uttrycket $g(x) = x^2$. Skriv uttryck för funktionerna $g \circ f$ och $f \circ g$. Är dessa kontinuerliga? Motivera.