



Kotitehtävät 4A

Kertaa funktion *toispuoleiset raja-arvot ja raja-arvo äärettömässä* oppikirjan luvusta 3.2 sivuilta 63–67.

1. (HKK Tehtävä 3.2.6 osittain) Määrittele vasemmanpuoleinen raja-arvo $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$.

Osoita, että

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty.$$

2. (HKK Tehtävät 3.2.12 ja 3.2.13 osittain) Määrittele raja-arvo ääretön äärettömässä, toisin sanoen $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$. Määritä raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x+1}.$$

3. (HKK Tehtävä 4.3.5) Olkoon $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ jatkuva funktio, jolle $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \infty$ ja $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = \infty$. Osoita, että funktio f saavuttaa joukossa (a, b) pienimmän arvonsa.

Ohjaustehtävä 4A

1. (HKK Tehtävä 4.3.7) Olkoon $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jatkuva funktio, jolle $0 < f(x) < 1$ kaikilla $x \in \mathbb{R}$. Määritellään funktio $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ asettamalla

$$g(x) = \frac{f(x)}{1+x^2}.$$

Osoita, että funktio g saavuttaa joukossa \mathbb{R} suurimman arvonsa.