HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Matematiikan ja tilastotieteen osasto
Differentiaalilaskenta, kevät 2018
Koti- ja ohjaustehtävät 4L
8.–9.2.2018

Kotitehtävät 4L

1. (HKK Tehtävä 5.1.16) Olkoon $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{|x|}$. Tutki määritelmän nojalla, onko funktio f derivoituva origossa.

2. (HKK Tehtävä 5.1.19) Olkoon $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funktio, jolle $f(x+y) = f(x)f(y)$ kaikilla $x, y \in \mathbb{R}$. Osoita, että jos f on derivoituva origossa, niin f on derivoituva kaikilla reaaliluvuilla.

Selvitä *eksponenttifunktion* määritelmä, aito kasvavuus, jatkuvuus ja derivoituvuus oppikirjan luvuista 6.1 ja 6.2 sivuilta 133–137.

3. (HKK Tehtävä 6.2.13) Osoita, että
   (a) $e^x \geqslant 1 + x$ kaikilla $x \geqslant 0$,
   (b) $e^x \geqslant 1 + x + \frac{1}{2}x^2$ kaikilla $x \geqslant 0$.

Ohjaustehtävä 4L

Opetelkaa pienryhmissä *(luonnollinen) logaritmifunktio* oppikirjan luvusta 6.2 sivuilta 138–139.

1. (HKK Tehtävät 6.2.14 ja 6.2.15) Osoita, että
   (a) $\ln 1 = 0$,
   (b) $\lim\limits_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$.

   Kotitehtävässä 4A:1 määriteltiin raja-arvo $\lim_{x\to x_0^-} f(x) = -\infty$. Määrittele nyt kohdan (b) ratkaisua varten raja-arvo $\lim_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty$.