HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Matematiikan ja tilastotieteen osasto
Differentiaalilaskenta, kevät 2018
Koti- ja ohjaustehtävät 5A
12.–14.2.2018

Kotitehtävät 5A

1. Määritä sellaiset vakiot a ja b, että funktio $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,
$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{kun } x \leqslant 2, \\ x^2 - 6x + 9 + a, & \text{kun } x > 2, \end{cases}$$
ja sen derivaattafunktio f' ovat jatkuvia koko $\mathbb{R}$:ssä. Piirrä funktion kuvaaja.

2. (HKK Tehtävä 5.2.17) Todista Lause 5.2.1(b), kun $A \subset \mathbb{R}$ on avoin väli.

> Lause 5.2.1(b): Olkoot $f, g\colon A \to \mathbb{R}$ funktioita, jotka ovat derivoituvia pisteessä $x_0 \in A$. Tällöin funktio $f + g\colon A \to \mathbb{R}$ on derivoituva pisteessä x_0 ja
> $$(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0).$$

Selvitä *yleisen eksponenttifunktion* määritelmä oppikirjan luvusta 6.3 sivuilta 139–141.

3. (HKK Tehtävä 6.3.6) Olkoon $a > 0$. Osoita, että $a^{x+y} = a^x a^y$ kaikilla $x, y \in \mathbb{R}$.

Ohjaustehtävä 5A

Selvittäkää pienryhmissä *yleisen logaritmifunktion* määritelmä oppikirjan luvusta 6.3 sivulta 141.

1. (HKK Tehtävä 6.3.8 alku) Olkoon $a > 0$. Osoita, että kaikilla $x \in (0, \infty)$ pätee
$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$$