

Institutionen för matematik och statistik

Differentialkalkyl Räkneövningar

Måndag 26.2.2018

1. Bestäm det största och minsta värdet på funktionen $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 1.$$

2. Låt $a \in \mathbb{R}$ och definiera $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ genom uttrycket

$$f(x) = ax + \sin x.$$

Bestäm derivatans f' nollställen. För vilka värden på a är dessa nollställen lokala extremvärdesställen?

3. Giv exempel på en begränsad kontinuerlig funktion $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ för vilken

(a) $-\infty < a < b < +\infty$; f uppnår varken sitt minsta eller största värde;

(b) $-\infty = a < b = +\infty$; f uppnår varken sitt minsta eller största värde;

- (4) Visa, att funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

uppnår sitt största och minsta värde samt bestäm dessa.

Torsdag 1.3.2018

1. Bestäm följande gränsvärden:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x)}{\log(1+x^2)}$,

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(1+x)}{\log(1+x^2)}$.

2. Bestäm följande gränsvärden

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \log x$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \log x$

3. Visa, att för all naturliga tal n gäller $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n e^{-x} = 0$.

4. Bestäm det största och minsta värdet på funktionen $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = x |\cos x|.$$