

VEKTORIANALYYSI I
2018, Laskuharjoitukset 1

1. Todista kolmioepäyhtälö epäyhtälö avaruudessa \mathbb{R}^n .
2. Osoita jos $a, b \in \mathbb{R}^n$, niin

$$|||a|| - ||b||| \leq ||a + b||$$

3. Määrä funktion $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$g(x_1, x_2) = 2x_1^2 - x_2^2$$

tasa-arvokäyrät. Hahmottele/Piirrä muutama tasa-arvokäyrä. Piirrä funktion graafi.

4. Määrä funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2^2 + x_3^2$$

tasa-arvopinta. Hahmottele/Piirrä muutama tasa-arvopinta.

5. Oletamme, että $x_i \in \mathbb{R}$, kun $i = 1, 2, \dots, n$. Osoita, että

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \leq \sqrt{n} \left(\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right).$$

Ohje: Schwarz euklidiselle sisätulolle avaruudessa \mathbb{R}^n . Valitse toinen vektori sopivasti.

6. Tutki, onko avaruuden \mathbb{R}^3 jono (x_k) suppeneva, kun

- (a) $x_k = (2, -k^{-1}, k^{-3})$,
- (b) $x_k = (2k, 1, k^{-1})$,
- (c) $x_k = ((-1)^k, k^{-1}, k^{-2})$,