

Johdatus logiikkaan I

Harjoitus 3

1. Olkoot A , B ja C propositiolauseita. Näytä, että

$$A \rightarrow (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C).$$

2. Olkoot A , D ja E propositiolauseita, B propositiolause joka on saatu A :sta korvaamalla propositiosymboli p_0 propositiolauseella D jokaisessa esiintymässään ja vastaavasti C propositiolause joka on saatu A :sta korvaamalla propositiosymboli p_0 propositiolauseella E jokaisessa esiintymässään. Näytä, että jos $D \Leftrightarrow E$, niin $B \Leftrightarrow C$. Vihje: Induktio kaavan A rakenteen suhteen.

3. Etsi propositiolauseet A , D ja E , joilla $D \Rightarrow E$ mutta $B \not\Rightarrow C$, missä B ja C ovat kuten tehtävässä 2.

4. Mikä on totuusfunktio f_A kun

$$A = \neg(p_0 \leftrightarrow p_1) \leftrightarrow (\neg p_0 \leftrightarrow p_2)?$$

5. Mitkä seuraavista lauseista ovat disjunktiivisessa ja mitkä konjunktiivisessa normaalimuodossa?

- (a) $p_0 \vee p_1 \vee p_2$.
- (b) $p_0 \wedge p_1 \wedge p_2$.
- (c) $\neg(p_0 \wedge \neg p_1) \vee p_2$.
- (d) $(\neg p_0 \wedge \neg p_1) \vee p_2$.
- (e) $\neg p_0 \wedge (\neg p_1 \vee p_2)$.

6. Etsi disjunktiivisessa normaalimuodossa oleva lause joka on loogisesti ekvivalentti lauseen

$$((p_0 \vee p_1) \leftrightarrow (p_0 \wedge p_2)) \leftrightarrow (p_1 \leftrightarrow p_2)$$

kanssa.

7. Etsi konjunktiivisessa normaalimuodossa oleva lause joka on loogisesti ekvivalentti lauseen

$$\neg(p_0 \leftrightarrow p_1) \leftrightarrow (\neg p_1 \leftrightarrow p_2)$$

kanssa.