VEKTORIANALYYSI I
2018, Laskuharjoitukset 3

1. Oletetaan, että funtiolla $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ on kaksi jatkuvaa derivaattaa. Laske suraavien funktioiden ensimmäiset ja toisen kertaluvun soittaisderivaatat
   (a) $h(u, v) = g(uv^2 + 1)$,
   (b) $h(u, v) = g(u - v)$.

2. Laske funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
$$f(x) = \|x\|^\alpha$$
osittaisderivaatat origon ulkopuolella, kun $\alpha \in \mathbb{R}$. Millä vakion α arvoilla osittaisderivaat ovat olemassa myös origossa?

3. Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
$$f(x, y) = 2 - x^2 + 3y^2$$
Määritä funktion f graafin tangenttitason yhtälö pisteess $(2, 1)$. Selitä, miksi se on tangenttitaso. Havainnollista kuvalla.

4. Olkoon $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ lineaarikuvaus ja $A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ kuvaus
$$A(x) = Tx + c$$
missä c on reaalinen vakio. Osoita, että kuvauksen A sunnattu derivaatta yksikkövektorin $e \in \mathbb{R}^n$ suuntaan on
$$\partial_e A(x) = Te.$$

5. Olkoon $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$
$$f(x, y, z) = x^2 + xy^2z^2 + z.$$
Laske funktion gradienttivektori pisteessä (x, y, z).