

VEKTORIANALYYSI I  
2018, Laskuharjoitukset 5

1. Olkoon  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2$$

Mikä on tasa-arvojoukko

$$Sf(C) = \{(x_1, x_2) \mid f(x_1, x_2) = C\}?$$

Piirrä kuvaajia eri vakion  $C$  arvoilla. Mikä on funktion  $f$  maksimaalisen kasvunopeus pisteessä  $x_0 = (1; 1) \in Sf(5)$ . Osoita, että se on tasa-arvokäyrän pisteeseen  $(1, 1)$  piirrettyä tangenttia vastaan kohtisuorassa.

2. Määritä funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = 3x^3 + y^2 - 9x + 4y$$

ääriarvopisteet ja niiden laatu?

3. Määritä origon minimietäisyys funktion  $f(x, y) = \sqrt{x^2y + 4}$  graafista. Ohje: laske etäisyysfunktion minini ehdolla, että piste  $(x, y, z)$  on funktion  $f$  graafilla.
4. Tee edellinen tehtävä käyttäen hyväksesi sidottujen ääriarvojen Lagrangen kerrointa.
5. Määrää funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

- (a) ensimmäisen kertaluvun Taylorin approksimaatio (ts. ensimmäisen kertaluvun differentiaali) pisteessä  $(3, 4)$  ja sen arvo pisteessä  $(3.1, 3.9)$ .
- (b) toisen kertaluvun Taylorin approksimaatio (ts. toisen kertaluvun differentiaali) pisteessä  $(3, 4)$  ja sen arvo pisteessä  $(3.1, 3.9)$ .
6. Etsi funktion

$$f(x, y) = xy + \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$$

kriittiset pisteet ja selvitä, ovatko ne lokaaleja ääriarvopisteitä vai satulapisteitä.