

VEKTORIANALYYSI I
2018, Laskuharjoitukset 6

1. Olkoon $I = [0, 2] \times [0, 1]$. Laske integraali $\iint_I f \, du$, kun

$$f(x, y) = x + 2y.$$

2. Laske

$$\int_{[0,1] \times [0,1]} f \, dx \, dy$$

kun $f(x, y) = 1 - x - y$, kun $x + y \leq 1$ ja $f(x, y) = 0$ muulloin.

3. Osoita, että

$$\int_{[0,1] \times [1,2]} (x + y)^{-2} \, dx \, dy = \ln\left(\frac{4}{3}\right).$$

4. Osoita, että

$$\int_{\{(x,y) \mid \sqrt{x^2+y^2} \leq 1\}} x^2 y^2 \, dx \, dy = \frac{\pi}{24}.$$

5. Laske integraali

$$\int_1^2 \int_3^x \int_0^{\sqrt{3}y} \frac{y}{y^2 + z^2} \, dz \, dy \, dx.$$

6. Laske kappaleen tilavuus, jota rajoittavat pinnat $z = x^2 + y^2$, $z = 0$ ja $x^2 + (y - 1)^2 = 1$.