Johdatus logiikkaan II
Harj. 1.

Ratkaisuehdotuksia

1. a) Ei, f^M ei ole funktio $M \to M$.

b) Ei, R^M on M:n yksipaikkainen relaatio. (Ja f^M ei ole funktio)

2. Valitaan $L = \{Q, R, S\}$ missä

Q ja R ovat yksipaikkaisia ja S

2-paikkainen relaatiosymboli

Määritellään struktuuri $\mathcal{M} = (M, Q^{\mathcal{M}}, R^{\mathcal{M}}, S^{\mathcal{M}})$

seuraavasti: M on kaikkien tietueiden

tunnisteiden joukko, $Q^{\mathcal{M}}$ sisältää

niiden henkilöiden tietueiden tunnisteet jotka ovat naisia, $R^{\mathcal{M}}$ niiden henkilöiden

tietueiden tunnisteet jotka ovat ~~...~~ partureita ja $(x,y) \in S^{\mathcal{M}}$ jos

x on sen henkilön tietueen tunniste joka ajaa sen henkilön parran jonka tietueen tunniste on y.

3. $L = \{f\}$ missä f on 2-paikkainen ~~relaatio~~ funktio symboli. $\mathcal{N} = (\mathrm{Aut}(\mathcal{M}), f^{\mathcal{N}})$

missä $f^{\mathcal{N}} : \mathrm{Aut}(\mathcal{M})^2 \to \mathrm{Aut}(\mathcal{M})$

on s.e. $f^{\mathcal{N}}(g,h) = g \circ h$.

4. Vaihtoehto 1: $L = \{R, \cancel{\ldots}\}$ missä

R on 2-paikkainen rel. symb. ~~...~~

~~...~~

~~...~~ $\mathcal{M} = (M, R^{\mathcal{M}})$,

missä $M = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0,1\}\}$ ja

$(x,y) \in R^{\mathcal{M}}$ jos (ja vain jos)

$x \subseteq y$.

Vaihtoehto 2: $L = \{f, g\}$ missä

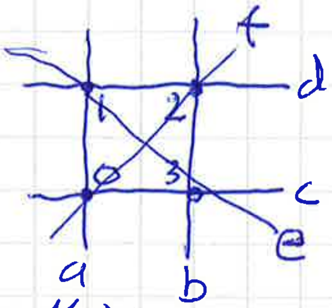
f ja g ovat 2-paikkaisia ~~...~~ funktiosymboleita.

Olkoon $\mathcal{M} = (M, f^{\mathcal{M}}, g^{\mathcal{M}})$ missä

M on kuten edellä, $f^{\mathcal{M}}(x,y) = x \cup y$

ja $g^{\mathcal{M}}(x,y) = x \cap y$.

5. Olkoon $L=\{P,Q,R\}$ missä P ja Q ovat 1-paikkaisia ja R 2-paikkainen relaatiosymboli.



Olkoon $\mathcal{M}=(M,P^{\mathcal{M}},Q^{\mathcal{M}},R^{\mathcal{M}})$

missä $P^{\mathcal{M}}=\{0,1,2,3\}$, $Q^{\mathcal{M}}=\{a,b,c,d,e,f\}$

$M=P^{\mathcal{M}}\cup Q^{\mathcal{M}}$ ja

$R^{\mathcal{M}}=\{(0,a),(0,c),(1,d),(1,a),(2,d),(2,b),$

$(3,b),(3,c),(1,e),(3,e),(0,f),(2,f)\}$

6. Laatoituksen voidaan ajatella koostuvan 10 rivistä laattoja ja toisaalta 10 sarakkeesta laattoja. Joten jos $X=\{1,2,3,\dots,10\}$ niin $(a,b)\in X^2$

voidaan ajatella viittaavan laattaan joka on sekä a:lla rivillä että b:ssä sarakkeessa.

Kaksi näkökulmaa:

(1) ollaan kiinnostuneita vain väreistä:

$L=\{P_0,P_1,P_2\}$ missä jokainen P_i on yksipaikkainen relaatiosymboli

$\mathcal{M} = (X^2, P_0^{\mathcal{M}}, P_1^{\mathcal{M}}, P_2^{\mathcal{M}})$ missä $P_0^{\mathcal{M}}$ on niiden $(a,b) \in X^2$ joukko jotka viittaavat mustaan laattaan, $P_1^{\mathcal{M}}$ on niide $(a,b) \in X^2$ joukko jotka viittaavat valkoiseen laattaan ja $P_2^{\mathcal{M}} = X^2 \setminus (P_0^{\mathcal{M}} \cup P_1^{\mathcal{M}})$.

(2) Ollaan kiinnostuneita myös laattojen sijainnista: $L = \{P_0, P_1, P_2, R_1, R_2\}$ missä P_0, P_1, P_2 ovat kuten edellä ja R_0 ja R_1 ovat 2-paikkaisia relaatiosymboleita.

$\mathcal{M} = (X^2, P_0^{\mathcal{M}}, P_1^{\mathcal{M}}, P_2^{\mathcal{M}}, R_1^{\mathcal{M}}, R_2^{\mathcal{M}})$, missä $P_0^{\mathcal{M}}$, $P_1^{\mathcal{M}}$ ja $P_2^{\mathcal{M}}$ ovat kuten edellä ja $((a,b),(c,d)) \in R_1^{\mathcal{M}}$ jos $a<c$ ja $((a,b),(c,d)) \in R_2^{\mathcal{M}}$ jos $b<d$.