Johdatus logiikkaan II

Harjoitus 4

1. Mitkä muuttujat esiintyvät vapaina kaavassa

$$\forall x_2(\forall x_0 R_0(x_1, x_2) \to (\exists x_3 R_0(x_3, x_0) \wedge R_0(x_3, x_0))).$$

2. Minkä joukon määrittelee kaava $P_0(x_0) \to \neg P_1(x_0)$ mallissa

$$M = (\{0, 1, 2, 3, \}, P_0^M, P_1^M),$$

kun $P_0^M = \{0, 1\}$ ja $P_1^M = \{1, 2\}$.

3. Olkoon $M = (\{0, 1, 2, 3\}, R_0^M, c_0^M)$, missä

$$R_0^M = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2)\}$$

ja $c_0^M = 2$. Minkä joukon kaava $\forall x_1(R_0(c_0, x_1) \to R_0(x_0, x_1))$ määrittelee.

4. Olkoon X joukon $\{0, 1, 2\}$ osajoukkojen perhe (eli potenssijoukko) ja $M = (X, R_0^M)$, missä $R_0^M = \{(a, b) \in X^2 |\ a \subseteq b\}$. Näytä, että joukko $\{\emptyset, \{0, 1, 2\}\}$ on määriteltävä mallissa M.

5. Mikä kaava $A(x_1/x_0)$ on kun
   (a) $A = \forall x_2 \exists x_0(R_0(x_0, x_2) \to \exists x_2 R_0(x_1, x_0))$,
   (b) $A = \forall x_2(\exists x_0 R_0(x_0, x_2) \to \exists x_2 R_0(x_1, x_0))$.

6. Onko x_0 vapaa muuttujalle x_1 kaavassa A kun
   (a) $A = \forall x_2 \exists x_0(R_0(x_0, x_2) \to \exists x_2 R_0(x_1, x_0))$,
   (b) $A = \forall x_2(\exists x_0 R_0(x_0, x_2) \to \exists x_2 R_0(x_1, x_0))$.