

## Johdatus logiikkaan II

### Harjoitus 5

1. Näytä, että  $\vdash \forall x_0 R(c_0, x_0) \rightarrow \exists x_0 R(x_0, x_0)$ .
2. Näytä, että  $\exists x_0 A \rightarrow B \vdash \exists x_0 (A \rightarrow B)$ .
3. Näytä, että  $\vdash \forall x_0 (A \vee \neg B) \rightarrow (\exists x_0 \neg A \rightarrow \exists x_0 \neg B)$ .
4. Näytä, että  $\vdash \neg \exists x_0 \neg A \rightarrow \forall x_0 A$
5. Näytä, että  $\vdash \neg \exists x_0 (R(x_0) \wedge \forall x_1 (S(x_0, x_1) \leftrightarrow \neg S(x_1, x_1)))$ . Vihje: Oleta  $\exists x_0 (R(x_0) \wedge \forall x_1 (S(x_0, x_1) \leftrightarrow \neg S(x_1, x_1)))$  ja  $S(x_0, x_0)$  ja päättelee ristiriita kaksi kertaa.
6. Näytä, että  $\vdash \neg \forall x_0 \exists x_1 A \rightarrow \exists x_0 \forall x_1 \neg A$ . Tämä on vaikea. Vihje: Oleta  $\neg \forall x_0 \exists x_1 A$ ,  $\neg \exists x_0 \forall x_1 \neg A$ ,  $\neg \exists x_1 A$  ja  $A$  ja päättelee ristiriita kolme kertaa.
7. Näytä, että lausetta  $\exists x_0 P_0(x_0) \rightarrow \exists x_0 P_1(x_0)$  ei voi päätellä lauseesta  $\exists x_0 (P_0(x_0) \rightarrow P_1(x_0))$ .