

KURSSIN KESKEISET ASIAT
(Opettele ainakin nämä)

TENTTIIN VALMISTAUTUMISESTA

Muista opetella tenttiä varten kaikki määritelmät! Monesti tehtävässä pääsee jo melko pitkälle, kun kirjoittaa määritelmän itselleen näkyviin ja selvittää mitä tehtävässä oikeastaan pitää osoittaa tai laskea. Tentissä ei saa käyttää laskinta, joten kannattaa esimerkiksi pyytää tentin järjestäjiltä tarvittaessa suttupaperia, johon voi laskea itseään varten yksinkertaiset välivaiheet. Hyvin usein laskuvirheitä syntyy, kun yrittää oikoa laskutoimituksissa liikaa. Kannattaa siis kirjoittaa itseään varten myös riittävästi välivaiheita näkyviin, sillä tämä vähentää laskuvirheiden määrää.

KURSSIN KESKEISET TEEMAT

Tenttiin lukiessa auttaa, kun hahmottaa kurssin keskeisimmät teemat, jotka ovat:

- (A) Kuvauksien differentioituvuus.
- (B) Kuvauksien lokaali ja globaali kääntyvyys.
- (C) Implisiittifunktiolause.
- (D) Pinnat (parametripinnat ja tasa-arvopinnat) ja niihin liittyvät käsitteet.
- (E) Lokaalit ääriarvot tehtävät (lokaaleiden ääriarvojen tyyppin selvittäminen).
- (F) Sidotut ääriarvot tehtävät (sidottujen ääriarvot tehtävien ratkaiseminen Lagrangen kertojien menetelmällä).
- (G) Polut ja polkuintegraalit.
- (H) Pintaintegraalit avaruudessa \mathbb{R}^3 .

YKSITYISKOHTAISEMPI LISTA TENTTIIN OPETELTAVISTA ASIOSITA

Tenttiä varten kannattaa opetella ainakin seuraavat alla olevassa listassa luetellut asiat. Muista kuitenkin, että tentissä voidaan toki kysyä myös listan ulkopuolisiakin asioita:

Luento 1:

- (1) Kuvauksen differentioituvuuden määritelmä.
- (2) Opettele näyttämään määritelmästä lähtien, että annettu kuvaus on (tai ei ole) differentioituva.

Luento 2:

- (3) Suuntais- ja osittaisderivaatan määritelmät.
- (4) Muista, että suuntais- tai osittaisderivaattojen olemassaolo pisteessä x_0 ei vielä takaa kuvauksen differentioituvuutta pisteessä x_0 .
- (5) Opettele keskeisimmät derivointisäännöt. Opettele erityisesti ketjusääntö ja sen todistus.
- (6) Opettele muodostamaan annetun kuvauksen tai funktion gradientti, Jacobin matriisi ja Jacobin determinantti annetussa pisteessä.

Luento 3:

- (7) Opettele näyttämään lauseen 6.2 avulla, että annettu kuvaus on jatkuvasti differentioituva!

- (8) Opettele tarkastelemaan kuvauksen lokaalia ja globaalia kääntyvyyttä lauseiden 7.2 ja 7.4 avulla.
- (9) Opettele tekemään napakoordinaattimuunnos (ja tarvittaessa myös sylinterikoordinaattimuunnos). Jos pallokoordinaattimuunnosta tarvitaan tentissä, niin kyseinen kuvaus annetaan tehtävän ohessa (sitä ei siis tarvitse yrittää muistaa ulkoa). Opettele myös laskemaan annettujen muunnosten Jacobin determinantit, sillä niitä tarvitaan muuttujanvaihtolausetta sovellettaessa.

Luento 4:

- (10) Opettele soveltamaan implisiittifunktiolausetta ja implisiittistä derivointia!

Luento 5:

- (11) Opettele parametripinnan määritelmä ja parametripintaan liittyvät keskeisimmät käsitteet!
- (12) Opettele graafipinnan määritelmä ja se miten annettu joukko voidaan todeta helposti graafipinnaksi. Huomaa, että monet luentojen ja harjoitusten pinoista ovat olleet nimen omaan graafipintoja!

Luento 6:

- (13) Opettele tangentiavaruuden, tangenttitason, normaaliavaruuden ja normaalitaso määritelmät hyvin! Ymmärrä myös ero näiden määritelmien välillä.
- (14) Opettele selvittämään annetun pinnan tangenttitaso ja normaalitaso annetussa pisteessä. Opettele myös esittämään nämä joukot tasa-arvojoukko muodossa.

Luento 7:

- (15) Opettele soveltamaan sileää tasa-arvopintalausetta siten, että pystyt vaivatta selvittämään annetun implisiittisesti määritellyn pinnan (eli tasa-arvopinnan) tangenttitason ja normaalitaso annetussa pinnan pisteessä.

Luennot 7–8:

- (16) Opettele luennoilla 7–8 esitettyjen tekniikoiden avulla:
 - (i) Etsimään annetun funktion kriittiset pisteet.
 - (ii) Selvittämään annetun funktion Hessen matriisi annetussa pisteessä.
 - (iii) Selvittämään annetun funktion kriittisten pisteiden laatu lauseen 14.4 avulla.
- (17) Opettele ratkaisemaan sidottuja ääriarvotehtäviä Lagrangen kertojien menetelmällä.

Luento 9:

- (18) Opettele polun määritelmä ja myös polkuihin liittyvät keskeisimmät käsitteet.
- (19) Opettele muodostamaan annetun polun vastapolku, sekä kahden polun yhdistetty polku (silloin, kun se on olemassa).
- (20) Opettele jatkuvasti derivoituvan polun ja sileän polun määritelmät. Ymmärrä myös näiden kahden määritelmän ero!

Luento 10:

- (21) Opettele ymmärtämään mitä tarkoitetaan polun parametrinvaihdolla.
- (22) Opettele laskemaan jatkuvasti derivoituvan ja paloittain jatkuvasti derivoituvan polun pituus.
- (23) Opettele laskemaan annetun reaaliarvoisen funktion käyräintegraali yli jatkuvasti derivoituvan ja paloittain jatkuvasti derivoituvan polun yli.

Luento 11:

- (24) Opettele laskemaan kahden \mathbb{R}^3 :n vektorin välinen ristitulo (tarvitset tätä laskiesasi pintaintegraaleja).
- (25) Opettele soveltamaan muuttujanvaihtolausetta pintaintegraaleja laskettaessa. Opettele erityisesti soveltamaan napakoordinaattimuunnosta.
- (26) Opettele laskemaan annetun pinnan pinta-ala, eli pintamitta.
- (27) Opettele integroimaan annettua reaaliarvoista funktiota annetun pinnan yli.
- (28) Opettele erityisesti laskemaan pinta-ala ja pintaintegraalit graafipintojen yli (vrt. esimerkit 23.4 ja 24.5).